TUGAS BESAR 1 ALJABAR LINEAR

DAN GEOMETRI 2020/2021

oleh

|  |  |
| --- | --- |
| Mohamad Daffa Argakoesoemah | 13520118 |
| Ikmal Alfaozi | 13520125 |

TEKNIK INFORMATIKA

SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2021

**BAB I**

**Deskripsi Masalah**

1. **Interpolasi Polinom**

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan buah titik berbeda, . Tentukan polinom yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga untuk .



Gambar 1: Interpolasi Polinom

Setelah polinom interpolasi ditemukan, dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai *y* di sembarang titik di dalam selang . Polinom interpolasi derajat *n* yang menginterpolasi titik-titik , , , . adalah berbentuk . Jika hanya ada dua titik, dan , maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, , , dan , maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, , , , dan , polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah , demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat untuk yang lebih tinggi asalkan tersedia buah titik data. Dengan menyulihkan ke dalam persamaan polinom untuk , akan diperoleh buah sistem persamaan lanjar dalam .

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai , diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada . Polinom kuadratik berbentuk . Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sisten persamaan lanjar yang terbentuk adalah

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan , , dan . Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah 2 titik tersebut adalah . Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada dapat ditaksir sebagai berikut: .

1. **Regresi Linier Berganda**

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

****

Gambar 2: Rumus Umum Regresi Linear Berganda

Untuk mendapatkan nilai dari setiap dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:



Gambar 3: Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

**BAB II**

**Teori Singkat**

1. **Metode Eliminasi Gauss**

Metode eliminasi Gauss adalah salah satu metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Untuk menggunakan metode eliminasi Gauss, sistem persamaan linear (SPL) harus dinyatakan dalam bentuk matriks *augmented*. Lalu, matriks tersebut akan diubah ke dalam bentuk matriks eseleon baris dengan melakukan operasi baris elementer (OBE). Tiga OBE tersebut, yaitu pengalian sebuah baris dengan konstanta tidak nol untuk mendapatkan satu utama, pertukaran dua buah baris, dan pertambahan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya.

A picture containing text

Description automatically generated

Gambar 4: OBE untuk mendapatkan matriks eselon baris

Setelah didapatkan bentuk matriks eselon baris seperti Gambar 4, persamaan yang berkoresponden bisa dipecahkan dengan teknik penyulihan mundur.

1. **Metode Eliminasi Gauss-Jordan**

Metode eliminasi Gauss-Jordan merupakan metode lanjutan dari metode eliminasi Gauss. Pada metode eliminasi Gauss-Jordan, akan dilakukan OBE pada matriks *augmented* hingga bentuk matriks menjadi matriks eselon baris tereduksi.

Table

Description automatically generated with medium confidence

Gambar 5: OBE untuk mendapatkan matriks eselon baris

Kelebihan metode ini daripada metode sebelumnya, yaitu solusi SPL bisa langsung didapatkan tanpa dilakukan teknik penyulihan mundur. Metode ini terdiri dari dua tahap. Tahap pertama merupakan *forward phase*, yaitu tahap untuk mendapatkan nilai nol di bawah satu utama. Tahap kedua merupakan *backward phase*, yaitu tahap untuk mendapatkan nilai nol di atas satu utama.

1. **Determinan**

Untuk matriks A dengan ukuran n x n, determinan matriks A dilambangkan seperti Gambar 6.

Calendar

Description automatically generated with medium confidence

Gambar 6: Lambang determinan matriks A berukuran n x n

Determinan matriks berukuran 2 x 2 dapat dihitung melalui rumus . Sementara itu, determinan matriks berukuran 3 x 3 dapat dihitung melalui rumus . Determinan matriks segitiga berukuran n x n dapat dihitung melalui rumus . Selain itu, determinan matriks dapat dihitung menggunakan teknik reduksi baris. Caranya, yaitu melakukan OBE pada matriks sampai diperoleh matriks segitiga lalu menggunakan rumus seperti Gambar 7.

Text

Description automatically generated with medium confidence

Gambar 7: Menghitung determinan dengan reduksi baris

Rumus di atas dipakai jika tidak ada perkalian baris matriks dengan . Jika ada, . Determinan matriks juga dapat dihitung dengan teknik ekspansi kofaktor. Untuk matriks A berukuran n x n seperti Gambar 8, didefinisikan ketentuan sebagai berikut:

A picture containing table

Description automatically generated

Gambar 8: Matriks A berukuran n x n

Dengan menggunakan kofaktor, determinan matriks A dapat dihitung dengan salah satu persamaan berikut:

Text

Description automatically generated

Gambar 9: Perhitungan determinan matriks A dengan ekspansi kofaktor

1. **Matriks Balikan**

Sebuah matriks yang dikalikan dengan matriks balikannya atau disebut juga invers akan menghasilkan sebuah matriks identitas dengan ukuran yang sama.

Syarat sebuah matriks mempunyai balikan adalah matriks tersebut merupakan matriks persegi dan determinannya bukan nol. Ada dua metode untuk mencari matriks balikan, yaitu metode eliminasi Gauss-Jordan dan metode adjoin.

* 1. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

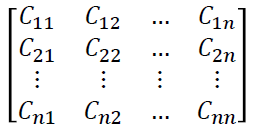
Untuk memperoleh matriks balikan dengan metode eliminasi Gauss-Jordan, kita membutuhkan sebuah matriks identitas yang ukurannya sama dengan matriks yang akan dicari balikannya. Misalkan matriks berukuran , matriks balikannya yaitu dapat dicari dengan:

yang dalam hal ini adalah matriks identitas berukuran .

* 1. Metode Adjoin

Misalkan seperti Gambar 8 adalah sebuah matriks berukuran , balikannya dapat dicari dengan menggunakan rumus:

Diketahui adalah minor entri yaitu determinan upa-matriks (submatrix) yang elemen-elemennya tidak berada pada baris i dan kolom j. Kofakor didefinisikan sebagai . Sehingga matriks kofaktor dari adalah



Gambar 11: Matriks kofaktor A

Adjoin dari matriks adalah transpos dari matriks kofakor .

1. **Kaidah Cramer**

Jika adalah SPL yang terdiri dari n persamaan linier dengan n peubah (variable) sedemikian sehingga , maka SPL tersebut memiliki solusi yang unik yaitu

Yang dalam hal ini, adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-j dari A dengan entri dari matriks

1. **Interpolasi Polinom**

Jika ada buah titik berbeda, , polinom interpolas i merupakan polinom yang melewati semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga untuk . Setelah polinom interpolasi ditemukan, dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai *y* di sembarang titik di dalam selang . Polinom interpolasi derajat *n* yang menginterpolasi titik-titik , , , . adalah berbentuk . Jika hanya ada dua titik, dan , maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, , , dan , maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, , , , dan , polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah , demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat untuk yang lebih tinggi asalkan tersedia buah titik data.

1. **Regresi Linear Berganda**

Regresi Linear merupakan salah satu metode untuk memprediksi sebuah nilai. Rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda dapat dilihat pada Gambar 2. Untuk mendapatkan nilai dari setiap dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* seperti Gambar 3.

**BAB III**

**Implementasi**

Program dibagi-bagi ke dalam beberapa class berdasarkan kegunaan fungsi atau prosedur yang dijalankan, dan tipe data abstrak yang dibuat. Program ini memuat 1 class program utama, 1 class tipe data abstrak, dan 6 class yang menjalankan fungsi atau prosedur lainnya.

1. Main.java

Program utama yang menjalankan seluruh fungsi atau prosedur dari class yang lainnya.

1. Matriks.java

Class Matriks merupakan tipe data abstrak dari matriks yang terdiri dari:

1. Atribut – Berisi RowCap (kapasitas maksimum baris matrik), ColCap (Kapasitas maksimum kolom matriks), RowEff (baris effektif dari matriks), ColEff (kolom effektif dari matriks), dan Content (array berdimensi ganda).
2. Konstruktor – Berisi pembentuk matriks yang dapat menerima array double dua dimensi, jumlah baris dan kolom effektif matriks, atau nama file yang berisi elemen-elemen matriks.
3. Selector – Berisi getLastIndexRow (indeks baris terbesar yang dapat diakses), getLastIndekCol (indeks kolom terbesar yang dapat diakses), getNumberOfElement (mengembalikan banyaknya elemen matriks), isEqual (membandingkan dua matriks apakah sama), isSquare (memeriksa matriks apakah merupakan matriks persegi), dan isIdentity (memeriksa matriks apakah merupakan matriks identitas).
4. Assignment – Berisi copyMatrix (menyalin isi matriks).
5. Create Matriks – Berisi pembuat jenis-jenis matriks yaitu matriks identitas dan matriks Hilbert.
6. Input/Ouput – Berisi prosedure untuk membaca elemen matriks dari konsol, menampilkan matriks ke konsol, dan menuliskan matriks ke file.
7. Operasi Matriks – Berisi operasi-operasi dasar matriks seperti perkalian, penjumlahan, dan pengurangan.
8. Operasi Baris Elementer – Berisi operasi-operasi baris elementer seperti menukar baris, mengalikan baris dengan konstanta, dan menambahkan satu baris dengan k kali baris lain.
9. Operasi Matriks Tuggal – Berisi operasi-operasi pada matriks tunggal seperti transpos, eleminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, kofaktor matriks, determinan, invers, dan kaidah Cramer.
10. Determinan.java

Class Determinan menyediakan beberapa fungsi/prosedur yang menjalankan perhitungan determinan matriks.

1. Interpolasi.java

Class Interpolasi menyediakan beberapa fungsi/prosedur yang menjalankan perhitungan interpolasi.

1. Invers.java

Class Invers menyediakan beberapa fungsi/prosedur yang menjalankan perhitungan invers matriks.

1. Menu.java

Class Menu menyediakan fungsi/prosedur yang menampilkan menu pilihan pada layar.

1. Regresi.java

Class Regresi menyediakan fungsi/prosedur yang menjalankan perhitungan regresi.

1. SPL.java

Class SPL menyediakan fungsi/prosedur yang menjalankan perhitungan SPL.

**BAB IV**

**Ekperimen**

1. SPL Ax=b

a.

Text

Description automatically generated

6.

a.

Text

Description automatically generated

Text

Description automatically generated

Text

Description automatically generated

Text

Description automatically generated

b. Tanggal desimal: 7,51613

Text

Description automatically generated

Tanggal desimal: 8,32258

Text

Description automatically generated

Tanggal desimal: 9,16667

Text

Description automatically generated

8 Juli 2021, tanggal desimal: 7,25806

Text

Description automatically generated

c.

Text

Description automatically generated

7.

Text

Description automatically generated